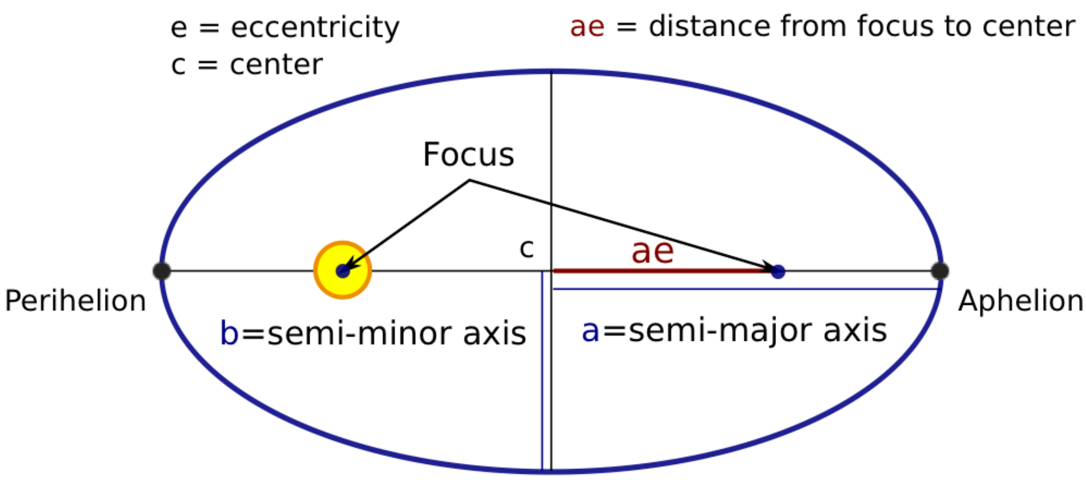
ZAŁĄCZNIK III. Prawa Keplera.

Problematyka ruchu planet wiąże się nierozłącznie z nazwiskiem Johannesa Keplera. Dzięki swej fascynacji geometrią i pragnieniem odnalezienia harmonii wszechświata, Kepler, po kilku niepowodzeniach, stworzył trzy prawa, które bardzo precyzyjnie opisują ruchy planet dookoła Słońca. Wychodząc z punktu widzenia kosmologii kopernikańskiej, która w owym czasie stanowiła raczej pogląd filozoficzny niż teorię naukową i korzystając z licznych danych eksperymentalnych, zgromadzonych przez Tychona Brahe, stworzył ten wspaniały, chociaż oparty wyłącznie na badaniach empirycznych, zestaw praw.

Pierwsze prawo twierdzi, poniekąd wbrew swojemu autorowi, że planety krążą po orbitach w kształcie elipsy dookoła Słońca, które znajduje się w jednym z ognisk elipsy. – W hierarchii figur geometrycznych Kepler uważał okrąg za najważniejszy, więc doznał rozczarowania, gdyż mimo licznych prób nie zdołał pogodzić obserwacji z hipotezą orbit w kształcie okręgu.

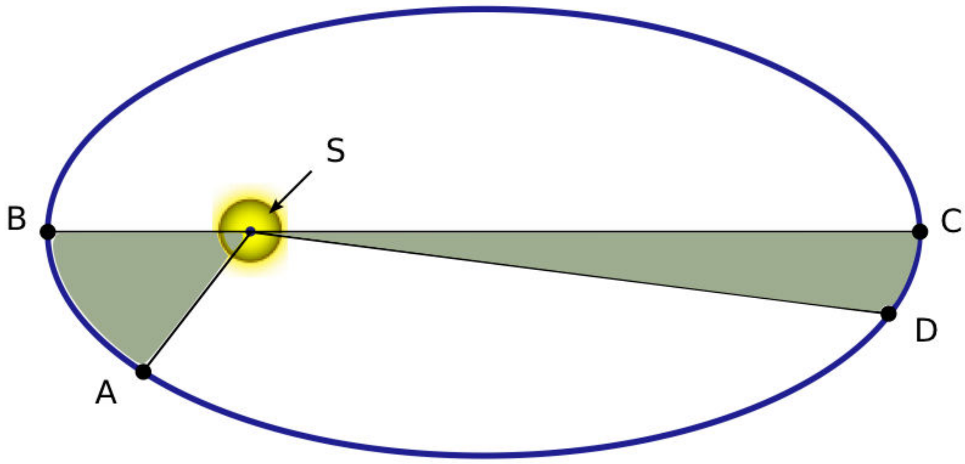
1. - Pierwsze prawo: „Każda planeta Układu Słonecznego porusza się wokół Słońca po elipsie, w której w jednym z ognisk jest Słońce”.



Rys. 17: Opis elementów orbity ciała niebieskiego, krążącego dookoła słońca.

Tory eliptyczne mają bardzo małą ekscentryczność, więc nie różnią się wiele od okręgu. Na przykład ekscentryczność orbity ziemskiej wynosi e = 0,017, i przy odległości Ziemi od Słońca równej 150 000 000 kilometrów, odległość od Słońca (ognisko) do centrum elipsy wynosi ae = 2 500 000 km.

Drugie prawo dotyczy pól powierzchni, które zakreśla wyobrażona linia, łącząca każdą z planet ze Słońcem, nazywana promieniem wodzącym. Kepler ustalił, że planety poruszają się szybciej, kiedy znajdują się bliżej Słońca, ale promień wodzący zakreśla takie same pola powierzchni w takim samym czasie. [Jeżeli potrzeba tyle samo czasu na pokonanie przez planetę odległości AB co odległości CD, to zakreskowane pola (Rys. 18) są równe].



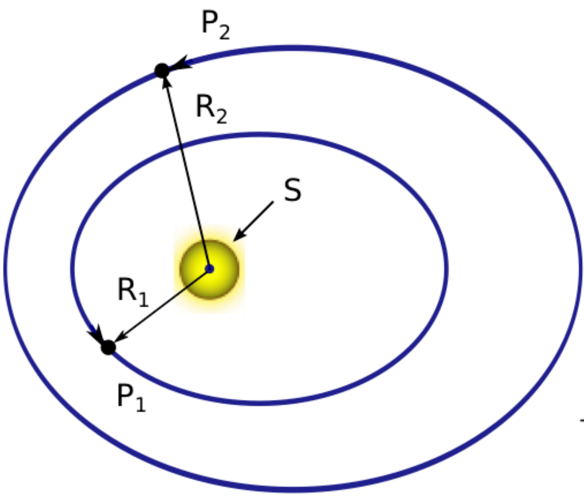
Rys. 18: Graficzne przedstawienie drugiego prawa Keplera.

2. - Drugie prawo: „W równych odstępach czasu, promień wodzący (linia łącząca środek Słońca z planetą) planety poprowadzony od Słońca zakreśla równe pola."

Promień wodzący r, tzn. odległość między planetą a Słońcem (S) jest zmienny; najmniejszą wartość ma w peryhelium a największą w aphelium. Ponieważ prędkość polowa (pole pokonane w jednostce czasu) jest stała, prędkość planety na orbicie musi być zmienna. Zgodnie z tym prawem, jeżeli pola CSD i ASB są równe, to łuk AB będzie mniejszy niż łuk CD, co oznacza, że planeta porusza się wolniej w peryhelium. Osiąga więc największą prędkość znalazłszy się w najmniejszej odległości od Słońca i najmniejszą, będąc od Słońca najdalej.

Trzecie prawo Keplera wiąże wielką półoś orbity R z okresem obiegu planety dookoła Słońca P w sposób następujący: R^3/P^2 = constans. Zgodnie z tym prawem czas obiegu planety dookoła Słońca zwiększa się wraz ze wzrostem odległości od Słońca. Wiemy, że „rok" Merkurego (określany jako czas potrzebny planecie na powrót do punktu wyjściowego na orbicie) wynosi 88 dni (ziemskich), Wenus – 224, Ziemi – 365; czas ten wzrasta w miarę jak oddalamy się od Słońca. Powyższe prawa pozwalają też obliczyć względne odległości obiektów, znajdujących się w systemie słonecznym, o ile znamy sposób, w jaki się poruszają.

3. - Trzecie prawo: „Kwadraty okresów obiegu dwóch planet wokół Słońca są propocjonalne do sześcianów ich średnich odległości od Słońca".



$$\frac{P_1^2}{R_1^3} = \frac{P_2^2}{R_2^3}$$

Rys. 19: Związek między okresami obiegu dookoła Słońca dwóch obiektów a promieniami orbit. Graficzne przedstawienie trzeciego prawa Keplera.

Jeżeli R_1 i R_2 to średnie odległości od Słońca planet takich jak Mars i Ziemia, a P_1 i P_2 to czas, w jakim okrążają Słońce, to zgodnie z trzecim prawem Keplera:

$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

gdzie czas podany jest w latach a odległość w jednostkach astronomicznych (astronomical unit - AU = 150 000 000 km).

Analizując prawa Keplera, Newton wykazał, że w równaniu powinny być także uwzględnione masy ciał niebieskich i w związku z tym otrzymał poniższe wyrażenie:

$$\frac{P_1^2(M+m_1)}{P_2^2(M+m_2)} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

gdzie M to masa Słońca (ciało niebieskie, znajdujące się w środku orbity) 330 000 razy większa od masy Ziemi, a m_1 i m_2 to masy ciał niebieskich, które poruszają się dookoła niego po orbitach w kształcie elipsy. Wyrażenie to pozwala obliczyć masę planety albo satelity jeżeli znany jest okres jej obiegu P i średnia odległość od Słońca.

Ze wszystkich planet układu słonecznego, tylko masy Jowisza i Saturna nie są nieistotne w porównaniu z masą Słońca. Z tego powodu, w większości przypadków przyjmuje się, że (M + m) = 1 (masa Słońca), więc wyrażenie wygląda tak samo, jak wyrażenie Keplera.

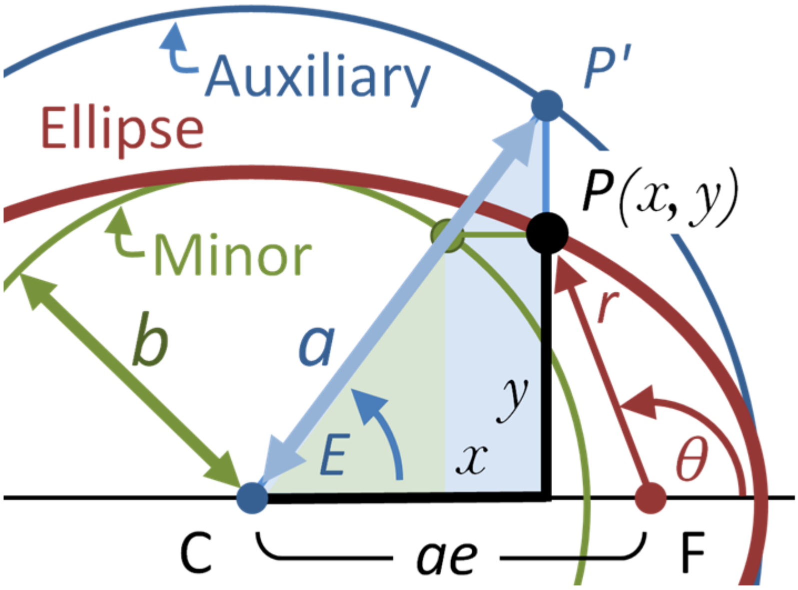
Po raz pierwszy jedna krzywa geometryczna, bez dodatkowych danych i informacji, i jedno równanie wystarczy, aby przewidzieć pozycje planet. Również po raz pierwszy przewidywania są równie dokładne, jak obserwacje.

Powyższe prawa empiryczne zostały potwierdzone przez matematyczną i fizyczną teorię powszechnego ciążenia, stworzoną przez Newtona, który odkrył zasady fizyki, wyjaśniające ruchy planet. Rozwój idei zaproponowanej przez Kopernika, która znalazła swoje zwieńczenie w mechanice Newtona, to doskonały przykład procedury naukowej, którą można opisać w skrócie w poniższy sposób: istnieje fakt – dokonujemy pomiarów i tworzymy tabelę z danymi. Próbujemy odkryć prawa, które porządkują zgromadzone dane. Przeprowadzamy dokładną analizę, która może nam pozwolić udowodnić lub wyjaśnić dane prawo. Z drugiej zaś strony nowe lub bardziej dokładne pomiary mogą wykazać, że dane prawo lub teoria jest błędna lub niedokładna, więc należy stworzyć nową. Przykładem może być tu prawo grawitacji Einsteina.

Zastosowanie w naszym przypadku.

Orbity Ziemi i Wenus mają kształt zbliżony do elipsy, więc proporcja odległości r_T/r_V nie jest stała w czasie. Aby obliczyć tę proporcję w momencie obserwacji t należy skorzystać z pierwszego prawa Keplera, zgodnie z którym Słońce jest jednym z ogniskowych elipsy więc odległość między Słońcem a planetą $r_p(t)$ może być obliczona w sposób następujący:

$$r_p(t) = R_p\,(1 - e_p \cos E_p(t)),$$



Rys 19: Wycinek elipsy wraz z anomalią ekscentryczną (E) i rzeczywistą (θ). Rys.: Brews ohare.

gdzie R_p to wielka półoś orbity, e_p to ekscentryczność, a $E_p(t)$ to anomalia mimośrodowa (kąt mierzony od środka elipsy, to znaczy kąt między rzutem planety na tzw. okrąg pomocniczy i wielką osią elipsy, patrz Rys. 19) w czasie t. Zatem

$r_T/r_V = [R_T\ (1 - e_T \cos E_T)] / [R_V\ (1 - e_V \cos E_V)]$

Trzecie prawo Keplera łączy wielkie półosie orbit z okresami obiegu P_p:

$(R_T / R_V)^3 = (P_T / P_V)^2$,

tak że:

$r_T/r_V = (P_T / P_V)^{2/3}\ (1 - e_T \cos E_T) / (1 - e_V \cos E_V)$ [2]

Jak na razie obliczyliśmy π_S and r_T, to znaczy paralaksę i odległość między Ziemią a Słońcem w momencie obserwacji t.