Siedem kroków w kierunku karła

Od efektu Dopplera do pozasłonecznych układów planetarnych

EU –HOU Napoli September 23th 2006

Cwiczenie zaproponowane przez :

Roger FERLET, Institut d'Astrophysique de Paris, France ferlet@iap.fr

Michel FAYE, lycée Louis Le Grand , Paris , France mfaye2@wanadoo.fr

Suzanne FAYE, Lycée Chaptal , Paris , France mfaye@club-internet.fr

Tłumaczenie : Bogusław Malański ; 26/47 LO łódź i Szymon Malański;StudentPŁ

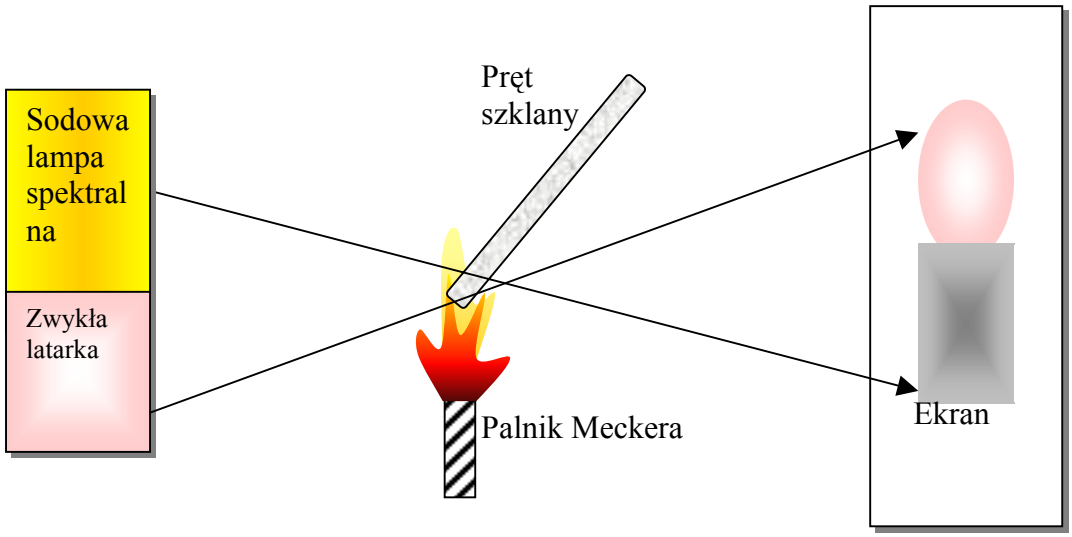
Krok pierwszy:

SPEKTROSKOPIA

1.1 Na skutek reakcji jądrowych widmo spektralne gwiazdy jest widmem ciągłym z widocznymi liniami absorpcji z powodu substancji występujących w atmosferze gwiazdy.

Pokażemy 11 zdjęć spektralnych gwiazdy, które zostały uzyskane w czasie różnych dni obserwacji. Zajmiemy się analizą uzyskanego spektrum w okolicach linii Na (sodu). Linia ta została wybrana z tego powodu, iż możliwe jest przeprowadzenie samodzielnego doświadczenia (tł. powiedzmy w klasie). Można w tym celu użyć lampy sodowej lub zwykłej soli kuchennej

1.2 Schemat doświadczenie, które możesz przeprowadzić samodzielnie Rys.1

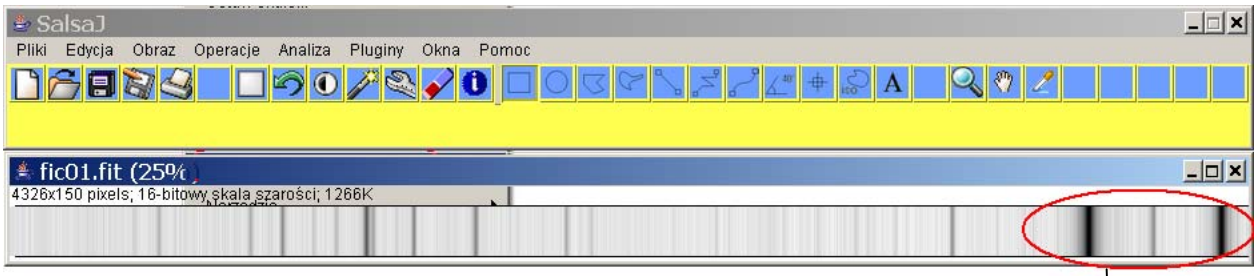


Rys.1

Pręt szklany zawiera NaCl ; Jeżeli zostanie on rozgrzany do wysokiej temperatury zaczyna emitować światło. Obecny w nim sód – Na absorbuje światło lampy sodowej. Widmo światła emitowane przez latarkę pozostaje niezmienione. Zjawisko to znane jest pod nazwą **linii rezonansowej sodu.**

1.3 Gdzie znajdziemy potrzebne pliki i co one przedstawiają

Otwórz zdjęcie o nazwie image **fic01.fit** (dołączone jest ono w osobnym katalogu o nazwie **„images binary system")**–zobaczysz spektrogram pokazany na Rys.2. Zaznaczyliśmy na nim podwójna linie Na



Rys.2

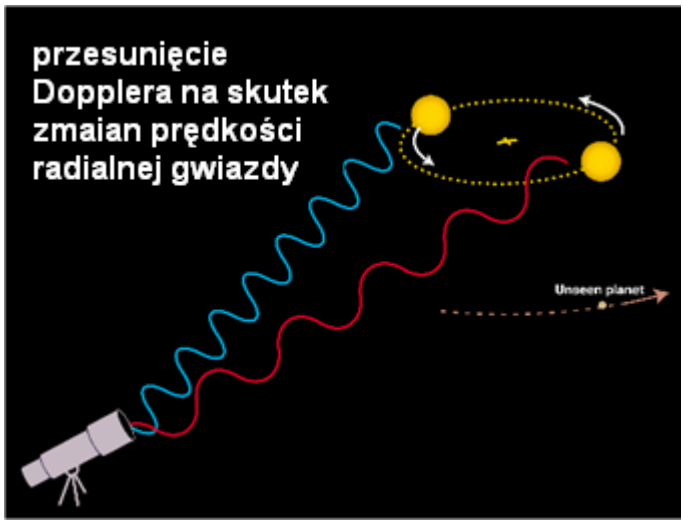
W katalogu tym znajduje się 11 zdjęć-spektrogramów; zaznaczone są odcinki czasów między kolejnymi ekspozycjami.
Mamy zatem 11 spektrogramów oraz 11 dat ich wykonania (tł. są to daty względne)

Podwójna linia Na

Numer spektrogramu	**Czas t (dni)**
1	0
2	0.974505
3	1.969681
4	2.944838
5	3.970746
6	4.886585
7	5.924292
8	6.963536
9	7.978645
10	8.973648
11	9.997550

Odstęp czasu między dwiema kolejnymi ekspozycjami w przybliżeni wynosi jeden dzień (tł. dzień ziemski)

Każda z gwiazd w systemie podwójnym krąży wokół wspólnego środka masy. Zatem linie spektralne ulegają przesunięciu zależnym od położenia gwiazdy/czasu obserwacji (efekt Dopplera)



Rys.3

Krok drugi

ANIMACJA RUCHU LINII SPEKTRALNYCH

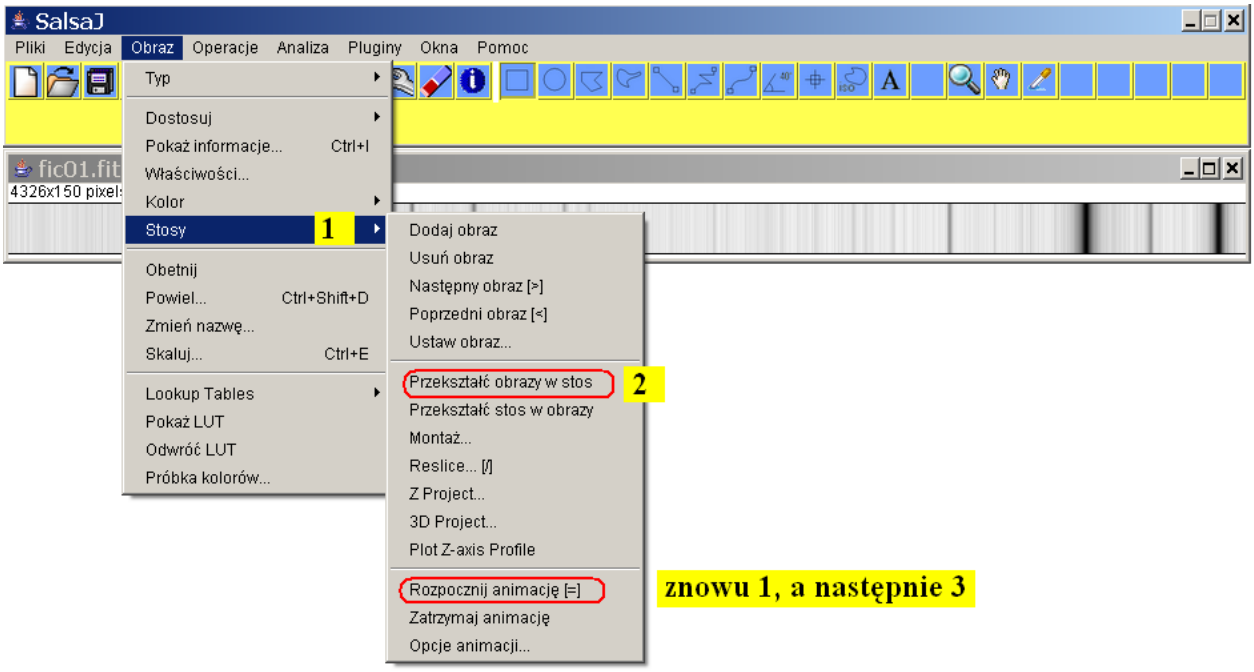
Wykorzystaj images.fit

Uwaga : pliki images.fit (fit =fits = fts) przeznaczone są do animacji
Pliki images.dat przeznaczone są do spektroskopii optycznej

A oto, co należy zrobić, aby uzyskać animację przesunięcia widmowego Dopplera spowodowaną ruchem gwiazd wokół wspólnego środka masy układu

- Uruchom program **SalsaJ** (kliknij na ikonę programu SalsaJ)
- Kliknij na **Plik a** następnie **Otwórz** w rozwijalnym menu
- Otwórz folder **: *images binary system***
- Zaznacz 11 spektrogramów; pliki „**images.fit**" od **fic01.fit** do **fic11.fit** : w tym celu naciśnij i przytrzymaj klawisz **Shift**, zaznaczając jednocześnie 11 plików)
- Otwórz te 11 plików, a następnie;
- kliknij na **Obraz** : otwiera menu rozwijalne ;
- kliknij na **Stosy** : otwarte następne menu rozwijalne ;
- kliknij na **Przekształć obrazy w stos**
- Kliknij jeszcze raz po kolei na: **Obraz /Stosy/Rozpocznij animację**

Wszystko pokazane jest na zrzucie ekranu – Rys.4



Rys.4

Możesz teraz oglądać animację przesunięcia Dopplera powstałą na skutek obrotu gwiazd wokół ich wspólnego środka masy.

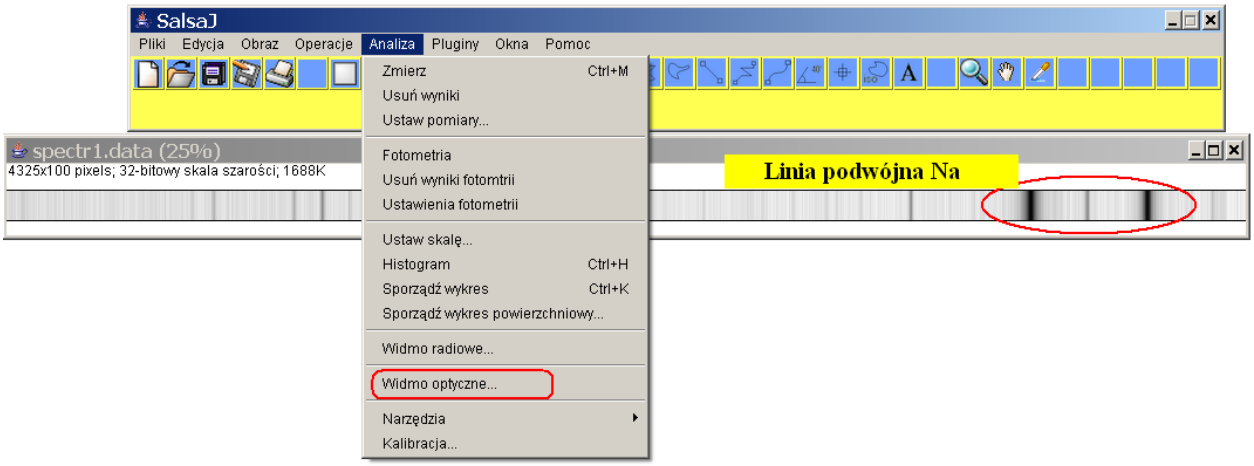
Krok trzeci

POMIAR DŁUGOŚCI FALI λ ORAZ STRUMIENIA, SPEKTRUM OPTYCZNEGO

Użyj plików : images.dat

3.1. Badanie spektrum 1;plik: spectr 1.data (z katalogu *images binary system)*

Kliknij na **Analiza / Widmo optyczne** i wybierz plik **spectr1.data –** patrz zrzut ekranu; widać podwójną linię Na – Rys.5

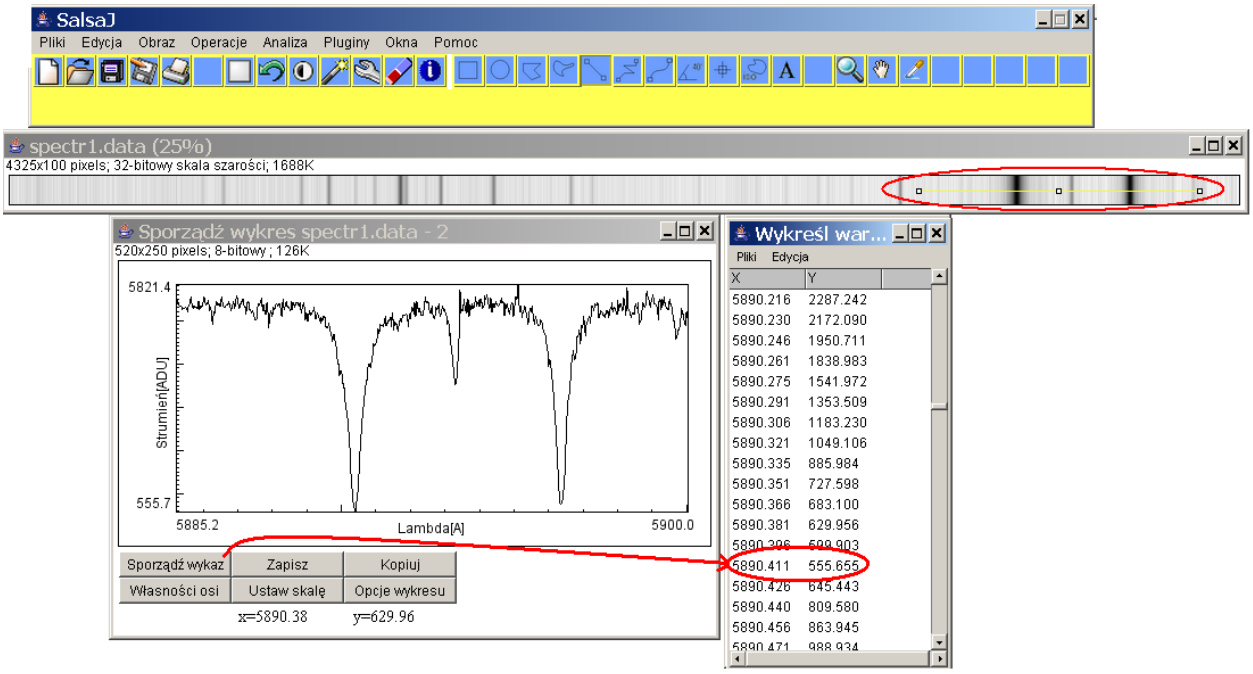


Rys.5

3.2. Pomiar strumienia związanego z długością fali : Φ= f(λ)

- Kliknij na ikonę **Wybór linii prostej.**
- Następnie narysuj linię prostą **w poprzek podwójnej linii Na** (aby otrzymać linie poziomą, trzymaj przyciśnięty klawisz "**Shift"** w czasie rysowania).
- Kliknij na **Analiza /Sporządź wykres** otrzymałeś wykres **Φ= f(λ) –** Rys.6

Uwaga: należy rysować od strony lewej do prawej (tł.)



Rys.6

Na wykresie można zauważyć :

- ✓ Dwie głębokie linie absorpcyjne Na
- ✓ Słabszą linię absorpcyjną (Ni ; tej linii nie będziemy używać)

- Przy pomocy myszki zmierz długość fali absorpcji podwójnej linii Na; długości fal rzędu (Å $\approx 10^{-10}$m)
- Obserwuj współrzędną X wyświetlaną pod wykresem, lub w tabeli po prawej stronie (patrz zrzut ekranu – Rys.6). Powinieneś otrzymać

λ_1 = **5890,411 Å** λ_2 = **5896,366 Å**

- Porównaj te wartości z liniami Na uzyskanymi w naszym doświadczeniu w laboratorium, będącymi liniami odniesienia.:

λ_{Na1} = **5889,950 Å** λ_{Na2} = **5895,924 Å**

Różnica między długością fal odniesienia i długościami fal zmierzonych jest wielkością przesunięcia Dopplera.

3.3. Otwórz wszystkie zdjęcia spektrum: spectr i.data, (i od 1 do 11)

Powtórz pomiary dla innych wyników obserwacyjnych w taki sam sposób, jak w opisanym powyżej przykładzie.

Uzyskane wyniki pokazuje tabela:

Numer kolejny spektrum	Czas t (dni)	λ_1 (Å)	λ_2 (Å)
1	0	5890,411	5896,366
2	0.974505	5890,496	5896,511
3	1.969681	5890,491	5896,446
4	2.944838	5890,305	5896,274
5	3.970746	5890,014	5896,029
6	4.886585	5889,815	5895,800
7	5.924292	4889,642	5895,597
8	6.963536	5889,638	5895,621
9	7.978645	5889,764	5895,793
10	8.973648	5890,056	5896,042
11	9.997550	5890,318	5896,303

Uwaga: interpolacja może pomóc w uzyskaniu lepszej dokładności.

Krok czwarty:

OBLICZANIE PRĘDKOŚCI RADIALNEJ GWIAZDY NA PODSTAWIE PRZESUNIĘCIA DOPPLERA

$$\Delta\lambda / \lambda = V_{rad}/c$$

$\Delta\lambda_i = \lambda i - \lambda_{Nai}$; i = 1 oraz 2,
λ_{Nai} - długość fali linii odniesienia dla linii Na
λi – długość fali linii absorpcyjnej Na zmierzona z wykresu
$\mathbf{V_{rad}}$ - prędkość gwiazdy zrzutowana w kierunku obserwatora/odbiornika; zawiera ona prędkość środka masy układu oraz prędkość obrotu gwiazdy wokół środka masy.
c - szybkość światła

Uzyskane wyniki dla pierwszej linii Na (λ_1) pokazane są w tabeli poniżej;

Numer spektrum	Czas t (dni)	$\lambda_1 - \lambda_{Na1}$ (Å)	$V_E = c \cdot(\lambda_1 - \lambda_{Na1})/ \lambda_{Na1}$ (km/s)
1	0	0.461	23.48
2	0.974505	0.546	27.81
3	1.969681	0.541	27.56
4	2.944838	0.355	18.08
5	3.970746	0.064	3.26
6	4.886585	-0.135	-6.88
7	5.924292	-0.308	-15.69
8	6.963536	-0.312	-15.89
9	7.978645	-0.186	-9.47
10	8.973648	0.106	5.40
11	9.997550	0.368	18.74

Można przeprowadzić analogiczne obliczenia dla drugiej linii Na. Mierząc i licząc uważnie prędkości z wykorzystaniem obu linii, zauważymy pewne różnice w uzyskanych prędkościach. Dokładność obliczeń poprawimy nieco licząc średnią arytmetyczną z obu wyników.

Dokładność : wykorzystana jedna linia Na: 4,2 %
wykorzystane dwie linie Na: 2%

Im więcej linii zostanie użytych do obliczeń, tym większa będzie dokładność pomiaru. Ma to znaczenie przy wyznaczaniu niedużych szybkości, co jest ważne przy poszukiwaniu planet z poza naszego Układu Słonecznym

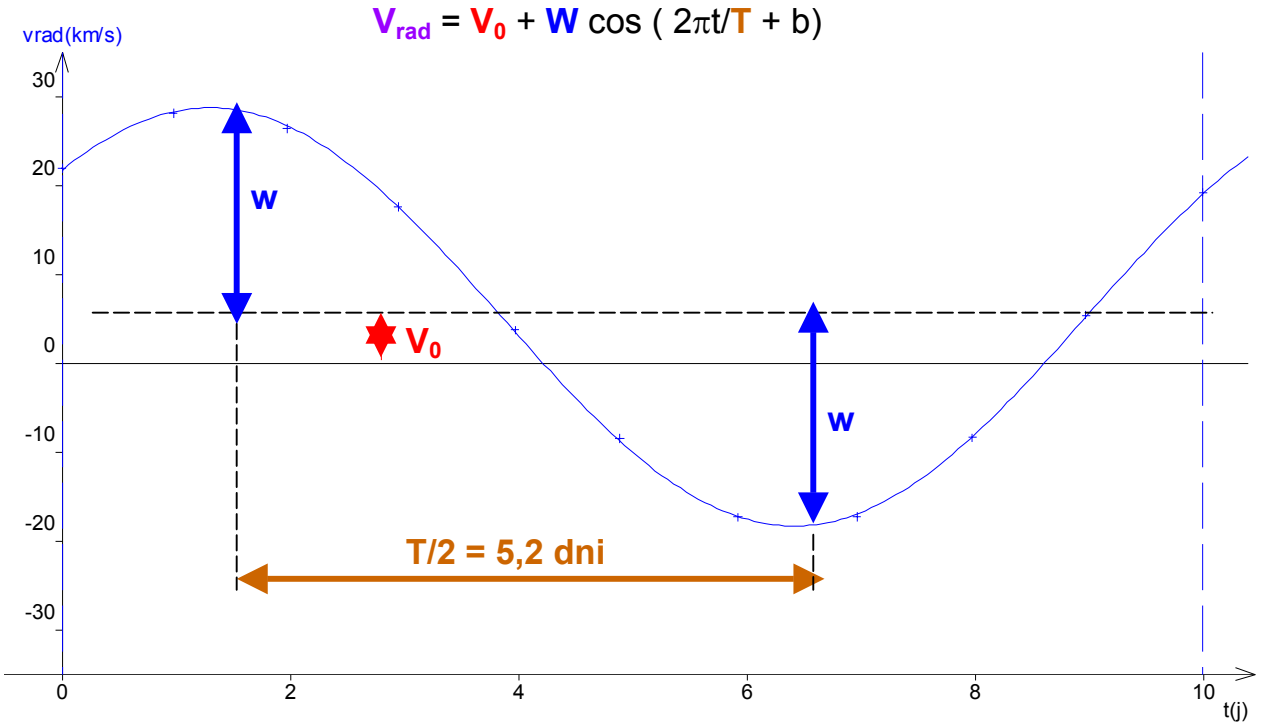
Krok piąty

PRĘDKOŚĆ RADIALNA GWIAZDY JAKO FUNKCJA CZASU OBSERWACJI

W celu wyznaczenia parametrów ruchu gwiazdy z danych spektroskopowych potrzebny nam będzie program pozwalający na dopasowanie prostej krzywej do danych doświadczalnych. Możliwości jest kilka – można skorzystac z arkusza kalkulacyjnego Excel, można poszukać innego programu. My znaleźliśmy naprawdę darmowy program ***CurveExpert1.3*** *, który można ściągnąć ze strony z ćwiczeniem.*
Dodatkowo wypróbowaliśmy ogólnie dostępny arkusz kalkulacyjny Excel. Należy sporządzić wykres typu ***X-Y****, następnie kliknąć prawym przyciskiem na którykolwiek punkt wykresu i rozwiniętego menu wybrać opcję* ***„Dodaj linie trendu”.*** *Następnie wybieramy okienko* ***„Wielomiany”,*** *i dalej* ***„Stopień wielomianu”*** *– polecamy wybrać stopień* ***„6”.*** *Dalej, jak to w Excelu, możemy sformatować otrzymana krzywą*
Stosując te dwa programy uzyskaliśmy bardzo podobne wyniku, jakie uzyskali autorzy tego ćwiczenia. Nieco lepszy okazał się CurveExpert1.3

Zaproponowaliśmy następujący model dla prędkości V: $\mathbf{V_E=f(t)}$
Do programu wprowadź dane: **t (dni)** oraz $\mathbf{V = V_E}$ **(km/s)**
i spróbuj dopasować zależność prędkości od czasu w postaci :

$$\mathbf{V_{obserwowana} = V_{rad} = V_0 + W * \cos((2*\pi*t/ T)+ b))}$$



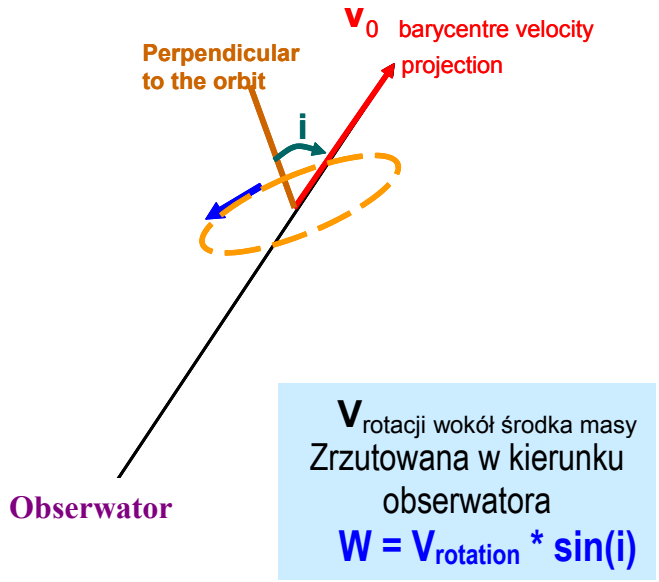
Stosując zaproponowany model otrzymaliśmy :

V_0 = 5.9 km/s W = 23.2 km/s T = 10.34 dni

Ponieważ kąt **i** jest zawarty między prostopadłą do orbity i linią obserwacji, to **W** jest tylko częścią prędkości rotacji gwiazdy

$$V_S = W / \sin i$$

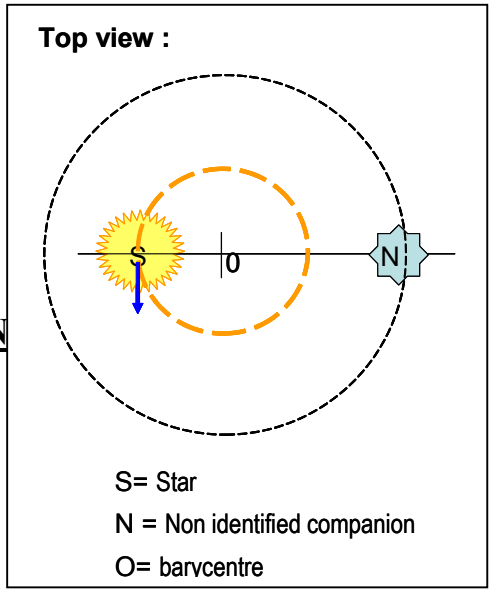
Przyjmiemy sin(i) = 1.



Krok szósty

OSZACOWANIE MASY NIEWIDOCZNEGO „SKŁADNIKA" UKŁADU PODWÓJNEGO

Tak dla porównania
Masa Ziemi, planeta skalista: $M_T = 6 .10^{24}$ kg
Masa Jowisza, gazowa planeta olbrzym: $M_J = 2 .10^{27}$ kg
Masa Słońca : $M_S = 2{,}0.10^{30}$ kg



<u>Zarówno obserwowana gwiazda S jak i jej partner N Krążą wokół wspólnego środka masy O. Założymy, że ruch odbywa się po orbicie kołowej, do której zastosujemy prawa Keplera dla ruchu względnego</u>

<u>Oznaczenia:</u>
Oznaczymy literą **O** środek masy układu podwójnego.
Stałą grawitacji oznaczmy jak zwykle przez **G**.
Masa gwiazdy obserwowanej **S** wynosi M_S.
Promień orbity (względem środka masy O) gwiazdy obserwowanej **S** wynosi **OS.**
Masa niewidocznego "towarzysza" wynosi M_N .
Promień orbity (względem środka masy O) gwiazdy „towarzysza" **N** wynosi **ON.**
Odległość gwiazdy **S** i towarzysza **N** wynosi **SN = OS + ON .**
Masa zredukowana układu gwiazda – towarzysz wynosi
$M = M_S M_N/(M_S + M_N)$
Naszym celem jest oszacowanie masy i promienia orbity "towarzysza" M_N układu podwójnego

Z równań Newtona wynika **Prawo Keplera**

$$T^2/(SN)^3 = 4\pi^2/[G(M_S + M_N)]$$

Gdzie **T** jest wyznaczonym przez nas okresem ruchu orbitalnego.

Uwzględniając związek pomiędzy promieniem orbity **OS** i **ON** a odległością SN

$$ON = [M_S/(M_S + M_N)]ON$$
$$OS = [M_N/(M_S + M_N)]ON$$

i korzystając ze związku pomiędzy promieniem orbity gwiazdy OS, jej okresem ruchu orbitalnego i prędkością rotacji :

$$V_S = 2\pi OS/T = W / \sin(i) \text{ ; przyjmiemy } \sin(i) = 1$$

Otrzymujemy równania na promień orbity gwiazdy OS oraz masę „towarzysza" M_N w funkcji zmierzonych właśnie prędkości V_S i okresu orbitalnego **T** oraz masy gwiazdy M_S:

$$OS = 1/2\pi\, V_S\, T$$
$$2\pi G M_N^3 = V_S^3\, T\, (M_N + M_S)^2$$

Teraz można użyć do obliczeń chociażby kalkulatora kieszonkowego:
Biorąc dane:

$$G = 6.67.\ 10^{-11} Nm^2/kg^2 \text{ ; } \sin(i) = 1$$
$$W = 23.1 \text{ km/s} \quad ; \quad T = 10.34 \text{ dni} \approx 9.0.10^5 \text{ s}$$
$$M_S = 1.05\ M_{sol} = 1{,}05\ .2{,}0.10^{30} = 2{,}1\ .10^{30} \text{ kg}$$

Otrzymamy:

$$M_N = 0.275\ M_S = 5{,}8\ .\ 10^{29} \text{ kg}$$

$$OS = 3{,}31\ .10^9 \text{ m} \qquad ON = M_S/M_N\ OS = 1{,}2\ .10^{10} \text{ m}$$

Wniosek:

Gwiazda "Towarzysz" jest gwiazdą-karłem, która praktycznie nie emituje światła widzialnego! ☺

Uwaga : przyjęcie sin(i) = 1 zaniża wartość V_S. Jeżeli w rzeczywistości wartość sin(i) jest mniejsza od 1 to V_S jest większa a zatem M_N także rośnie. Oznacza to że założenie że sin(i) = 1 zaniża wartość M_N.

Krok siódmy

ODKRYCIE PLANETY Z POZA UKŁADU SŁONECZNEGO NA PODSTAWIE PRZESUNIĘCIA DOPPLERA W WIDMIE GWIAZDY

Data :

Masa Ziemi, planeta skalista: $M_T = 6 .10^{24}$ kg
Masa Jowisza, gazowa planeta olbrzym: $M_J = 2 .10^{27}$ kg
Masa Słońca : $M_{Sol} = 2{,}0.10^{30}$ kg

Masa planety skalistej = $M_{Sol}/10^6$
Masa planety - olbrzyma = M_{Sol} / 1000

Szybkość planety-towarzysza : mm/s do dm/s
Szybkość planety-olbrzyma = m/s do 100 m/s

Okres obrotu planety pozasłonecznej : 3 do 3000dni

Zgrubne oszacowanie :

Masa planety pozasłonecznej, nawet olbrzyma, jest dużo mniejsza niż masa gwiazdy M; możemy zatem oszacować :

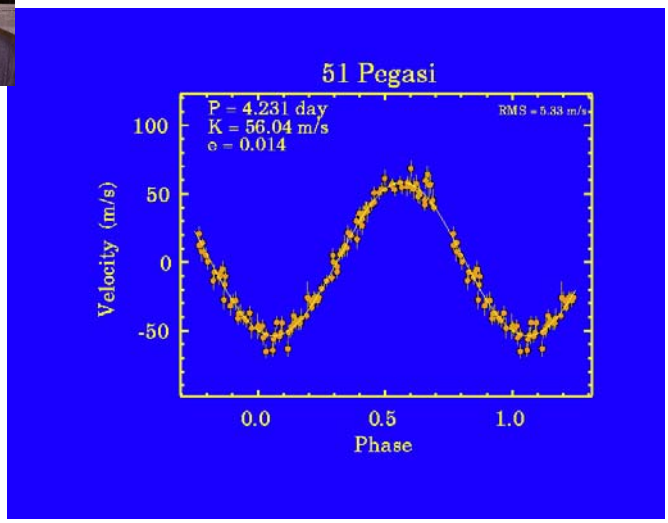
$$2\pi G\, m_{planet}^{\ 3} = v_{star}^{\ 3}\, T\, (m_{planet} + M_S)^2$$

$m = K\, V\, T^{1/3}\, M^{2/3}$ K to stała równa = $(1/ 2\pi G)^{1/3}$

Najwyższy stopień wykładnika w równaniu jest 1 (V^1) , I tylko1/3 for T, 2/3 for M ; zatem, największy wpływ ma czynnik V

1000 mniejsza szybkość daje 1000 razy mniejszą masę m, podczas gdy 1000 mniejszy okres obrotu powoduje 10 razy mniejszą masę m .

Odkrycie pierwszej planety pozasłonecznej
(Mayor, Queloz z zespołem, 1995)



Masa gwiazdy 51-Pegase $M_S = M_{sun} = 2{,}0.10^{30}$ kg
Szybkość obrotu gwiazdy 51- Pegase : **$V_S = 60$ m/s**
Okres obrotu gwiazdy 51- Pegase : T = 4,2 dni.

Towarzysz, nazywany 51 Pegasi B krąży wokół gwiazdy macierzystej .

Biorąc : $m_{towarzysza} = K.\, V\, .\, T^{1/3}.\, M_{gwiazdy}^{\ 2/3}$
z $K = (1/ 2\pi G)^{1/3}$

Otrzymujemy: $m_{towarzysza} = 9{,}1.10^{26}$kg czyli
0.45 $M_{Jowisza}$

Zatem, towarzysz 51-Pegase B jest planetą olbrzymem.

Metoda przesunięcia Dopplera wykrywania planet poza naszym Układem Słonecznym wymaga składania tysięcy linii spectrum światła gwiazdy aby uzyskać w miarę prawidłową prędkość gwiazdy. Dodatkowo , metodę tę da się zastosować tylko do planet olbrzymów.
Aż do roku 2006 , stosując metodę przesunięcia Dopplera nie udało się wykryć planety-towarzysza, ponieważ jego prędkość radialna jest zbyt mała